

# Подавление хаотических колебаний системы Чуа

И. А. Приходько<sup>1</sup>, В. Б. Второв<sup>2</sup>, А. Д. Скакун<sup>3</sup>, Е. А. Васильев<sup>4</sup>

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

<sup>1</sup>irinaprihodko@inbox.ru, <sup>2</sup>victor\_vtorov@mail.ru, <sup>3</sup>inferum@mail.ru, <sup>4</sup>prospeedega@gmail.com

**Аннотация.** В работе исследовано поведение схемы Чуа, в которой для подавления хаотических колебаний используется комбинированный алгоритм адаптации (параметрическая и сигнальная) и безынерционный алгоритм адаптации. Для сравнения рассмотрена система с модальным регулятором.

**Ключевые слова:** хаос, «странные» аттракторы, схема Чуа, комбинированный алгоритм адаптации, безынерционный алгоритм адаптации

## I. АЛГОРИТМЫ АДАПТАЦИИ

### A. Комбинированный алгоритм адаптации

Преимущество комбинированного управления в том, что можно сократить количество параметров, подлежащих перестройке, что приводит к упрощению реализации [1].

Предполагается, что объект задан в матричном виде:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu; x(t_0) = x_0 \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x$  –  $n$ -мерный вектор состояния;  $u$  – размера  $m$ -мерный вектор управления,  $m \leq n$ ;  $y$  –  $p$ -мерный вектор измерений,  $p \leq n$ ;  $A$  –  $n \times n$  матрица состояния,  $B$  –  $n \times m$  матрица управления,  $C$  –  $p \times n$  матрица измерений. Использовано аналогичное описание эталонной модели:

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r, \quad x_m(t_0) = x_{m0}, \quad (2)$$

где  $x_m$  –  $n$ -мерный вектор состояния эталонной модели;  $r$  –  $m$ -мерный вектор задающего воздействия.

После использования (2), уравнения (1):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A_m + \delta_a - K_a)x + (B_m + \delta_b - K_b)(r + z) \\ y &= Cx \end{aligned}$$

где  $r + z = u' \in R^m$ ;  $\delta_a = A - A_m$ ;  $\delta_b = B - B_m$ ;  $x \in R^n, y \in R^p$ .

Сигнальный алгоритм адаптации:

$$z = K_z \text{sign}(Pe), \quad e = x_m - x; \quad P = P^T > 0.$$

Блок-схема системы с комбинированным алгоритмом адаптации приведена на рис. 1.

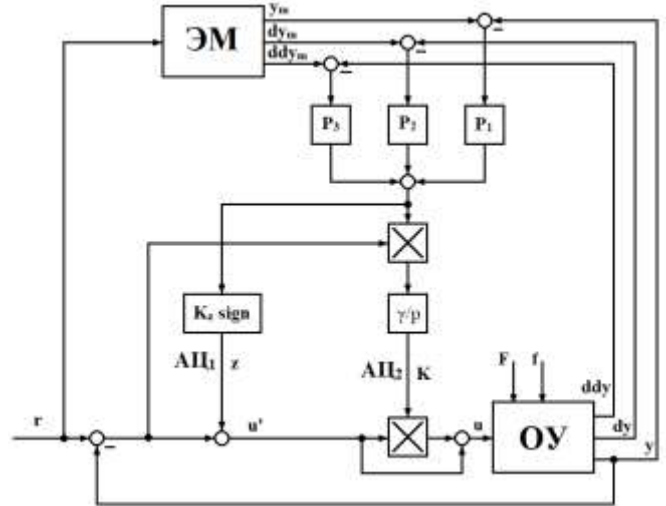


Рис. 1. Блок-схема системы управления с комбинированным алгоритмом адаптации

Обозначения на рис. 1: ЭМ – эталонная модель; ОУ – объект управления,  $F, f$  – внешние и параметрические возмущения, АЦ<sub>1</sub>, АЦ<sub>2</sub> – каналы сигнальной и параметрической адаптации,  $y=x_1, dy=x_2, ddy=x_3, y_m=x_{m1}, dy_m=x_{m2}, ddy_m=x_{m3}, \gamma$  – коэффициент, характеризующий скорость настройки параметрической адаптации.

Элементы, принадлежащие матрицам  $K_a, K_b$  используя алгоритм адаптации, нивелирует отклонения матриц  $\delta_a, \delta_b$  таким образом, чтобы по окончании процесса адаптации выполнялись равенства  $\delta_a = K_a, \delta_b = K_b$ .

Алгоритмы параметрической адаптации, которые делают предыдущие равенства верными, выглядят следующим образом:

$$\dot{K}_a = \Gamma_a \Phi_a(e, y)$$

$$\dot{K}_b = \Gamma_b \Phi_b(e, y)$$

где  $\Gamma_a, \Gamma_b$  – матрицы, содержащие коэффициенты усиления настроек ( $\Gamma_a = \Gamma_a' > 0, \Gamma_b = \Gamma_b' > 0$ );  $\Phi_a, \Phi_b$  – матричные функции, для конкретной задачи выглядящие как:

$$\Phi_a = B_m^T P e u^T$$

$$\Phi_b = B_m^T P e u'^T.$$

Предполагается, что оба вектора состояния  $x$  и  $x_m$  поддаются измерению.

*В. Адаптивная система с настраиваемой моделью и алгоритмом безынерционной адаптации*

Объект управления задан в виде (1).

Уравнение настраиваемой модели имеет вид [2]

$$\hat{x}(t) = A_0 \hat{x}(t) + B_0(u - \hat{u}), \quad (3)$$

где  $\hat{x}(t)$  –  $n$ -мерный вектор состояния настраиваемой модели;  $\hat{u}$  –  $m$ -мерный вектор сигналов адаптации настраиваемой модели со стационарной частью

$$\hat{x}(t) = A_0 \hat{x}(t) + B_0 u(t).$$

Устойчивость системы (1) обеспечивается законом безынерционной параметрической адаптации

$$\hat{u}(t) = K(t)e(t), \quad (4)$$

где  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  – вектор ошибки,  $K = \{k_{ij}\}_{m \times n}$  – матрица настраиваемых параметров, которая имеет в вид

$$K(t) = B^{-1}(W - A) \quad (5)$$

при  $n = m$ , при  $n \neq m$  матрица  $B^{-1}$  заменяется на псевдообратную  $B^+$ , где диагональные элементы матрицы  $W(t)$  выбираются постоянными и отрицательными ( $w_{ii} < 0$ ), элементы

$$w_{ij}(t) = \alpha_{ij}^{-1} e_i(t) e_j(t), \quad \alpha_{ij} < 0, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad i \neq j.$$

Для построения системы с настраиваемой моделью и алгоритмом безынерционной параметрической адаптации надо вычислить матрицу  $K(t)$  по уравнению (5).

Из выражений (4) и (5) получаются адаптивные сигналы, которые имеют вид  $\hat{u}_j(t) = \sum_{i=1}^n k_{ji} e_i$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Структурная схема АСНС с алгоритмом безынерционной адаптации приведена на рис. 2.

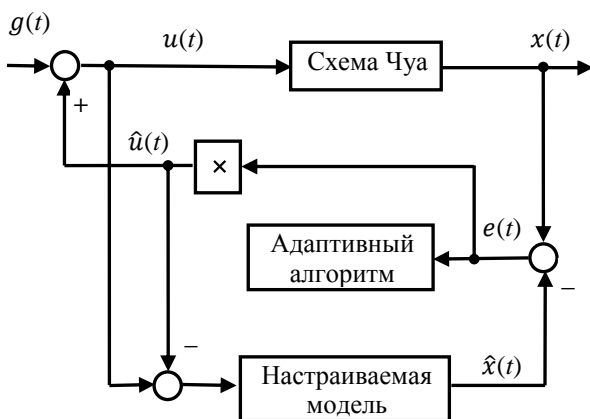


Рис. 2. Блок-схема системы управления с безынерционным алгоритмом адаптации

## II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СХЕМЫ ЧУА

Системы с хаотическим поведением встречаются очень широко, поскольку подобные явления возникают при изменении параметров обыкновенных дифференциальных уравнений с нелинейной частью весьма простого вида. Хаотические процессы встречаются в радиотехнике, электронике и объектах электроэнергетики, например [3]. В автоматических системах явления хаоса могут вызывать поломку или дисфункцию составных частей системы. Анализ процессов появления хаотических явлений и их динамики является перспективным направлением предсказания и предотвращения технических неисправностей.

Интерес к схеме Чуа, простой электрической цепи с нелинейным элементом, объясняется ее способностью генерировать хаотические сигналы [4].

Построение адаптивной системы управления хаотической динамикой выполнено для схемы Чуа, модель которой для безразмерных переменных состояния и с безразмерными коэффициентами имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha(x_2 - x_1^3 - cx_1); \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 + x_3; \\ \dot{x}_3 = -\beta x_2 \end{cases} \quad (6)$$

Параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  являются управляющими, определяют вид переходного процесса.

Коэффициенты регуляторов определялись для режима хаотических колебаний, соответствующего параметрам  $\alpha=10$ ,  $\beta=16$ , параметр  $c$  принят равным  $c = -0,143$  [4]. Кроме того, в схеме рассматривались устойчивые процессы при  $\alpha=1$ ,  $\beta=1,38$  и неустойчивые процессы с неограниченно возрастающей амплитудой при  $\alpha=30$ ,  $\beta=48$ . В хаотическом режиме, при  $\alpha=10$ ,  $\beta=16$  в схеме образуется странный аттрактор, называемый «двойная спираль». График фазовой траектории исходной системы (6) с начальными условиями  $x = [0.36039 \ 0.0154 \ -0.27352]$  приведен на рис. 3.

По результатам моделирования оценивалась возможность стабилизировать хаотические процессы, а также оценить грубость полученных регуляторов при изменении управляющих параметров.

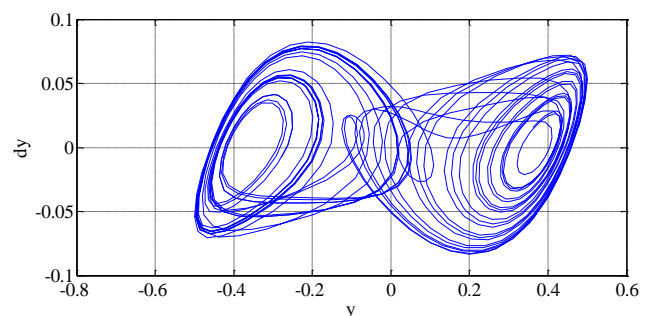


Рис. 3. Странный аттрактор типа «двойная спираль»

### III. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

#### A. Модальный регулятор

Для формирования обратных связей модального регулятора использован подход, предложенный в [4].

Поскольку энтропия системы, как мера хаоса, связана с характеристическими показателями Ляпунова, при расчёте которых используется матрица Якоби, в [4] предлагается изменить собственные числа матрицы Якоби в одной точке на траектории системы для изменения её энтропии.

Для выбранных начальных условий

$$A = \begin{bmatrix} -2,458 & 10,000 & 0 \\ 1,0 & -1,0 & 1,0 \\ 0 & -16,0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = 1.$$

Используя полученную в [4] зависимость старшего показателя Ляпунова  $\lambda_1$  от управляющего параметра  $\alpha$ , для стабилизации системы Чуа выбрано значение  $\alpha$  так, чтобы при этом старший показатель Ляпунова был отрицательным, принято  $\alpha = 1,15$ .

Полученные коэффициенты модального регулятора

$$k_1 = 0,52, k_2 = 2,2106, k_3 = -0,7648.$$

#### B. Комбинированный алгоритм адаптации

Для схемы Чуа сформированы следующие адаптивные алгоритмы.

Параметрическая адаптация:

$$\dot{K} = \gamma(k_1 r - k_2 y)(e p_1 + \dot{e} p_2 + \ddot{e} p_3).$$

Сигнальная адаптация:

$$z = K_z \text{sign}(e p_1 + \dot{e} p_2 + \ddot{e} p_3),$$

где  $k_1, k_2, p_1, p_2, p_3, K_z$  – расчетные коэффициенты;  $\gamma$  – скорость настройки (подбирается опытным путём);

$$e = y_m - y; \quad \dot{e} = \dot{y}_m - \dot{y}; \quad \ddot{e} = \ddot{y}_m - \ddot{y}.$$

Принято  $k_1 = k_2 = 1; p_1 = 1; p_2 = 0,12; p_3 = 1,2; K_z = 1; \gamma = 40$ .

В качестве эталонной модели используется звено с передаточной функцией

$$\frac{b^m}{p^3 + a_1^m p^2 + a_2^m p + a_3^m},$$

где  $a_3^m = b^m = 50; a_2^m = 100; a_1^m = 5$ .

#### C. Безынерционный алгоритм адаптации

При используемых параметрах матрицы Якоби для получения хорошего качества процессов управления приняты следующие настроечные параметры адаптера:  $\alpha_{12} = -1; \alpha_{13} = -1$ . Кроме этого, произвольно (но с отрицательным значением) выбран компонент  $k_{11} = -7$ .

Коэффициенты обратной связи:

$$k_{12} = 1(-1e_1 e_2 - 10),$$

$$k_{13} = 1(-1^{-1}e_1 e_3 - 1).$$

Сигнал адаптивного управления

$$u_1(t) = k_{11}e_1(t) + k_{12}e_2(t) + k_{13}e_3(t).$$

Моделирование системы управления схемы Чуа выполнено в среде MATLAB/Simulink.

На рис. 4, 5 показаны графики процессов при установке параметров модели  $\alpha=10, \beta=16, c = -0,143$  в системе с модальным и адаптивным регуляторами соответственно. На рис. 5, 7 приведены графики системы с комбинированным адаптивным алгоритмом управления.

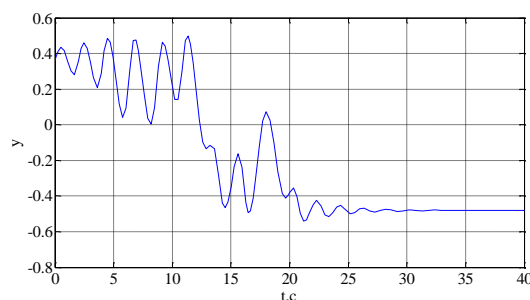


Рис. 4. Переходный процесс в системе с модальным регулятором

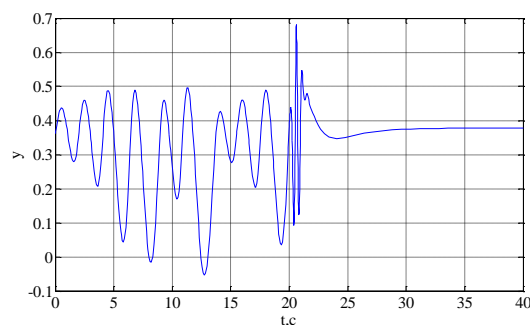


Рис. 5. Переходный процесс в системе с адаптивным регулятором

На графиках выделены два процесса: первый интервал – переходные процессы для исходной системы без регулятора (б); второй – через 20 с подключение регуляторов в систему управления.

Особенностью первого интервала является изменяющийся характер колебаний, признак хаотичности процессов. Согласно второму интервалу, как модальный, так и адаптивный регуляторы обеспечивают стабилизацию хаотического режима. Адаптивный регулятор характеризуется более высоким быстродействием.

При использовании параметров  $\alpha=1, \beta=1,38$  в исходной системе (б) устанавливается устойчивый режим. Включение обратной связи модального регулятора, настроенного для хаотического режима, приводит к потере

устойчивости в системе. Включение адаптивного регулятора сохраняет устойчивость в системе и повышает быстродействие.

Использование в исходной схеме (6) параметров  $\alpha=30$ ,  $\beta=48$  приводит к возникновению неустойчивого колебательно расходящегося процесса. На рис. 6, 7 показаны графики процессов в системе с модальным и адаптивным регуляторами соответственно.

Подключение через 10 секунд модального регулятора, настроенного для хаотического режима, приводит лишь к кратковременному затуханию неустойчивого процесса, но в дальнейшем колебания вновь неограниченно возрастают.

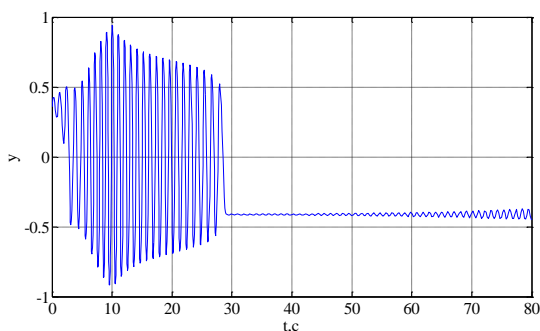


Рис. 6. Переходный процесс в системе с модальным регулятором

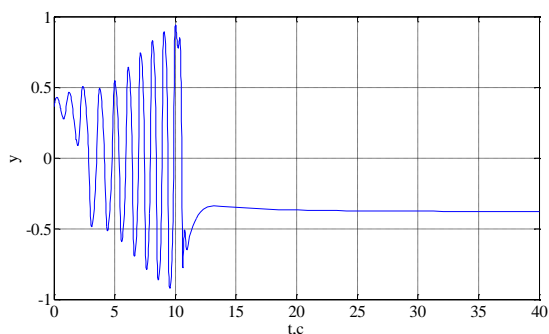


Рис. 7. Переходный процесс в системе с адаптивным регулятором

Подключение адаптивного регулятора, согласно рис. 7, приводит к стабилизации неустойчивых процессов в схеме Чуа.

Переходные процессы в системе с безынерционным алгоритмом адаптации характеризуются большим быстродействием по сравнению с комбинированным алгоритмом, время регулирования при выбранных настройках уменьшается примерно в 3 раза. Для иллюстрации приведен график фазовой траектории системы с безынерционным алгоритмом адаптации (рис. 8). Время моделирования рассмотренного процесса с параметрами  $\alpha=30$ ,  $\beta=48$  равно 6 с, адаптивный регулятор подключен через 2 с.

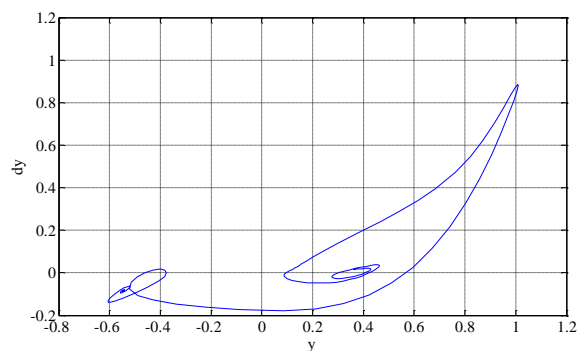


Рис. 8. Фазовая траектория в системе с адаптивным регулятором

#### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В исследовании подтверждена перспективность использования адаптивного подхода для успешной борьбы с явлениями хаотического характера

Для управления процессами в схеме Чуа предложен комбинированный алгоритм сигнальной и параметрической адаптации. В алгоритме параметрической адаптации, поддерживающем постоянство коэффициента петли регулирования, используется для упрощения схемы не настраиваемая, а эталонная модель. Комбинирование алгоритмов обеспечивает стабилизацию процессов в схеме Чуа при изменении управляющих параметров, как в режиме хаотических колебаний, так и при колебательных неограниченно возрастающих процессах, повышение качества управления в устойчивых режимах.

Применение безынерционного алгоритма параметрической адаптации также приводит к стабилизации процессов в схеме Чуа. В силу отсутствия инерционных звеньев используемый алгоритм позволяет повысить качество управления, характеризуется более высоким быстродействием.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Исследование нелинейных и адаптивных систем управления / Н.Д. Поляхов, И.А. Приходько, В.Б. Второв и др.: Учеб. пособие, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. 28 с.
- [2] Поляхов Н.Д., Ха Ань Туан. Адаптивное управление синхронным генератором на основе безынерционного параметрического алгоритма // Электричество. № 12. 2014. С.47–53.
- [3] Демирчян К.С., Бутырин П.А., Савицки А. Стохастические режимы в элементах и системах электроэнергетики // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1987. № 3. С. 3–16.
- [4] Chua L.O. Bifurcation Analysis of Chua's Circuit / L.O. Chua, L.T. Huynh // Proceedings of the 35th Midwest Symposium on Circuits and Systems. 1992. С. 746–751.
- [5] Будник С.В., Шашихин В.Н. Управление хаотической динамикой нелинейных систем // Системный анализ в проектировании и управлении: Сб. науч. тр. XXIII Междунар. науч.-практ. конф., Санкт-Петербург, 10–11 июня 2019 / Санкт-Петербургский политех. ун-т Петра Великого. 2019. С. 12–19.