

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра нелинейной физики

**СХЕМОТЕХНИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ГЕНЕРАТОРА ЧУА**

АВТОРЕФЕРАТ БАКАЛАВРСКОЙ РАБОТЫ

студентки 1 курса 111 группы

направления 03.03.01 Прикладные математика и физика

факультета нелинейных процессов

Елиной Алены Викторовны

Научный руководитель
д.ф.-м.н., профессор

Н.М. Рыскин

дата, подпись

Зав. кафедрой нелинейной физики,
д.ф.-м.н., профессор

Н.М. Рыскин

дата, подпись

Саратов 2017 год

ВВЕДЕНИЕ

Открытие динамического хаоса является одним из наиболее существенных научных достижений во второй половине XX века. Наиболее удобными объектами для экспериментального наблюдения хаотических колебаний являются различные радиоэлектронные схемы [1]. Одним из первых электронных генераторов хаотических колебаний является генератор Чуа, ставший канонической моделью, открывшей исследователям более 30 различных странных аттракторов.

Идея принципиального устройства данной радиоэлектронной схемы, принадлежит профессору Калифорнийского университета Леону О. Чуа. В то время существовала острая необходимость разработки модели, которая бы позволила экспериментально исследовать явление динамического хаоса. Одной из первых попыток была радиоэлектронная схема Лоренца–Мацумото, которая так и не заработала на практике. Поэтому схема Чуа явилась по сути первым примером успешной экспериментальной реализации генератора с хаотическим поведением [2].

Данный генератор представляет собой электронную схему, состоящую из активного элемента V_R , который имеет участок вольт-амперной характеристики (ВАХ) с отрицательным наклоном, а также из сопротивления R , емкостей $C_{1,2}$ и индуктивности L (см. рис. 1). Активный элемент, имеющий отрицательное сопротивление, ответственен за появление в схеме хаотических колебаний.

Схема Чуа обладает богатой хаотической динамикой, и ее исследование вызывает широкий интерес. Основными инструментами исследования генератора Чуа являются компьютерное моделирование, а также непосредственное конструирование схемы и ее экспериментальное исследование. Однако в последнее время получили распространение системы, позволяющие осуществлять схемотехническое моделирование, например, на базе автоматизированной среды Multisim [3].

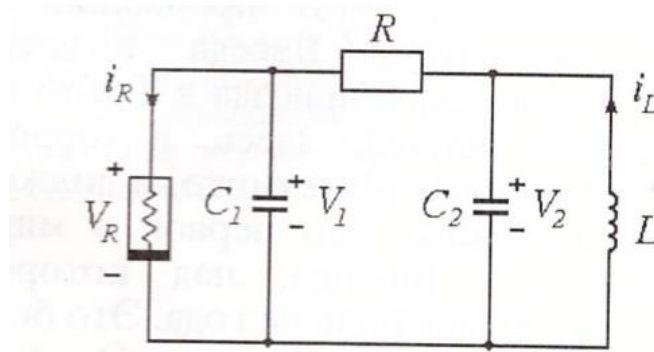


Рис. 1. Схема Чуа [1,2].

Целью данной работы является разработка схемотехнической модели схемы Чуа в среде Multisim и сопоставление с результатами компьютерного моделирования. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

- изложить и исследовать основные идеи схемотехнической реализации генератора Чуа;
- смоделировать электрическую схему генератора в автоматизированной среде Multisim;
- провести компьютерное моделирование на основе системы дифференциальных уравнений, описывающих генератор Чуа;
- провести сопоставление результатов, полученные путем компьютерного моделирования и параметрического исследования схемы в автоматизированной среде Multisim.

Предполагается, что результаты выпускной квалификационной работы будут использованы в учебном процессе при изучении дисциплины «Лаборатория вычислительного эксперимента» для студентов 4 курса направления 03.03.01—«Прикладные математика и физика».

Выпускная квалификационная работа состоит из Введения, трех глав, Заключения и Списка литературы. В главе 1 представлено устройство и принцип действия генератора Чуа, описана схема генератора, дан вывод системы уравнений, описывающих динамику генератора. В главе 2 представле-

ны результаты параметрического исследования схемы Чуа в автоматизированной среде Multisim. Дано описание компонентов схемы и их характеристики. В 3 главе представлены результаты компьютерного моделирования и проводится сопоставление двух подходов.

В Заключении сформулированы основные результаты и выводы.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** описывается актуальность работы, причины важности и интереса генератора Чуа для исследования, сформулированы цель и задачи работы.

Глава 1 посвящена изложению и исследованию основных принципов реализации схемы Чуа. Ключевую роль играют следующие обстоятельства:

- В системе должно быть от двух до трех неустойчивых положений равновесия. Поскольку положения равновесия определяются пересечением нагрузочной прямой с ВАХ, они должны быть расположены только на падающих участках ВАХ. Поэтому выбор пал на систему с тремя неустойчивыми положениями равновесия и пятисегментной ВАХ, которая изображена на рис. 2.
- Для описания хаотической динамики необходимо наличие минимум трех переменных, соответствующих реактивным элементам схемы. В данном случае этими элементами являются две емкости и одна катушка индуктивности.

Раздел 1.1 посвящен краткому экскурсу в историю изобретения схемы Чуа. Изложение основано на работе [2].

В разделе 1.2 описаны принципы устройства данной схемы, ее возможные топологии (рис. 3), и пояснены причины, по которым была избрана конфигурация, которая изображена на рис.1.

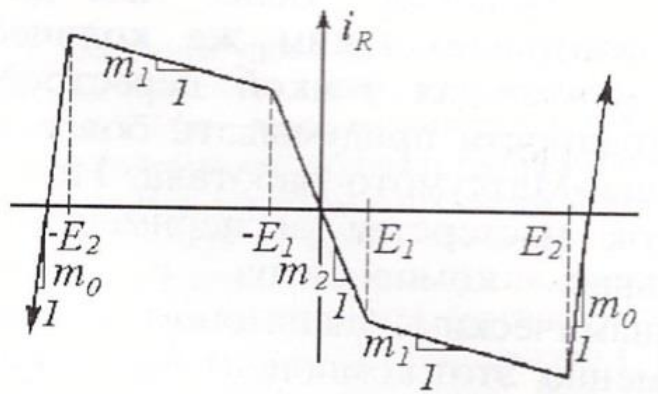


Рис. 2. Простейшая пятисегментная характеристика, имеющая три участка с отрицательным наклоном и являющаяся пассивной при больших значениях переменных [2].

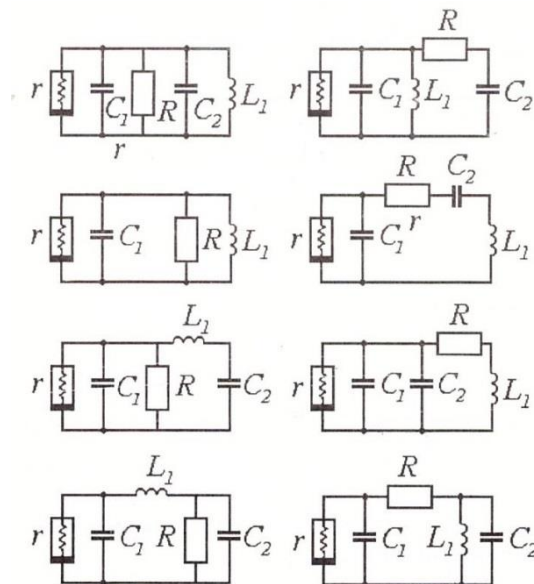


Рис. 3. Восемь различных топологий схемы, содержащей активное нелинейное сопротивление и три реактивных элемента [2].

Приведено пояснение вида ВАХ активного элемента схемы, представленной на рис.2. Она должна иметь три участка с отрицательным наклоном, чтобы в системе имелось только три неустойчивых положения равновесия. В то же время, она должна иметь участки с положительным наклоном при больших значениях переменных, чтобы быть физически реализуемой, и быть управляемой напряжением.

В разделе 1.3 из законов Кирхгофа выведена система дифференциальных уравнений, описывающих цепь Чуа.

Ток, протекающий через резистор R , равен сумме токов, протекающих через емкость C_1 и нелинейный элемент (см. рис. 1):

$$i_R = i_{C_1} + i_g,$$

Выразив токи i_R и i_{C_1} через напряжения на емкостях $V_{C_{1,2}}$, получим

$$C_1 \frac{dV_{C_1}}{dt} = G(V_{C_2} - V_{C_1}) - i_g(V_{C_1}). \quad (1)$$

Здесь $G = 1/R$. При этом ток через активный нелинейный элемент i_g определяется видом ВАХ, представленной на рис. 9а, т.е. является заданной функцией от напряжения V_{C_1} .

Второе уравнение получим, записав выражение для тока, протекающего через индуктивность

$$i_L = i_R + i_{C_2}$$

и выразив i_R и i_{C_2} через напряжения $V_{C_{1,2}}$:

$$C_2 \frac{dV_{C_2}}{dt} = G(V_{C_2} - V_{C_1}) + i_L. \quad (2)$$

Третье уравнение получим, приравняв к нулю сумму падений напряжения на замкнутом контуре, образованном индуктивностью и емкостью C_2 :

$$L \frac{di_L}{dt} = -V_{C_2}. \quad (3)$$

Таким образом, приходим к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений относительно трех неизвестных $V_{C_{1,2}}$ и i_L :

$$\begin{cases} C_1 \frac{dV_{C_1}}{dt} = G(V_{C_2} - V_{C_1}) - i_g(V_{C_1}), \\ C_2 \frac{dV_{C_2}}{dt} = G(V_{C_2} - V_{C_1}) + i_L, \\ L \frac{di_L}{dt} = -V_{C_2}, \end{cases} \quad (4)$$

где $i_g(V_{C_1})$ кусочно-линейная функция (см. рис. 2).

Вводя безразмерные переменные

$$x = \frac{V_{C_1}}{E_1}, \quad y = \frac{V_{C_2}}{E_1}, \quad z = \frac{i_L}{E_1 G}, \quad \tau = \frac{tG}{C_2}, \quad \alpha = \frac{C_2}{C_1}, \quad \beta = \frac{C_2}{G^2 L}, \quad a = \frac{m_1}{G}, \quad b = \frac{m_0}{G},$$

приведем уравнения (4) к виду:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = \alpha(y - x - h(x)), \\ \frac{dy}{d\tau} = x - y + z, \\ \frac{dz}{d\tau} = -\beta y. \end{cases} \quad (5)$$

Для определенности положим $E_2 = 10E_1$, $m_0 = -(9m_1 + m_2)$. Тогда выражение для безразмерной ВАХ нелинейного элемента запишется в виде

$$h(x) = \begin{cases} -\frac{9b+a}{2}x + 12\frac{9b+a}{2}, & x > 10, \\ bx + a - b, & 1 < x < 10, \\ ax, & |x| \leq 1, \\ bx - a + b, & -10 < x < -1, \\ -\frac{9b+a}{2}x - 12\frac{9b+a}{2}, & x < -10, \end{cases} \quad (6)$$

В главе 2 представлены результаты параметрического исследования схемы Чуа в автоматизированной среде Multisim. Собрана принципиальная схема по рис. 1, представленная на рис. 4. Была использована схема нелинейного элемента, предложенная в работе [4] (рис. 5).

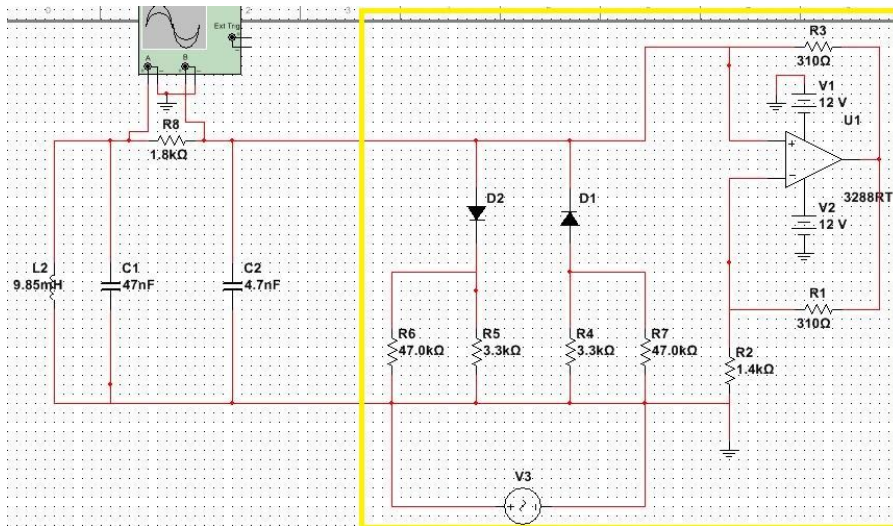


Рис. 4. Схема генератора Чуа, собранная в Multisim. Желтым цветом выделена часть схемы, являющаяся активным элементом.

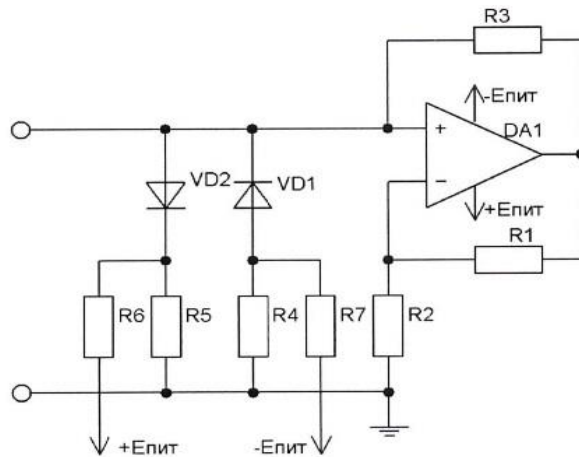


Рис. 5. Схема активного элемента генератора Чуа [4].

Как можно заметить, на рис. 4 видно, что активный элемент схемы собран на базе операционного усилителя, и данный выбор не случаен. Подобные конфигурации позволяют управлять отдельными участками ВАХ, точками сшивов ветвей и наклоном рабочих участков [5]. На рис. 6 изображена ВАХ, полученная для данной цепи в автоматизированной среде Multisim. Цепь, состоящая из элементов $R_{1,2,3}$ и операционного усилителя U_1 , отвечает за создание рабочего участка с постоянным отрицательным сопротивлением (см. рис. 4). Диоды $D_{1,2}$ и резисторы $R_{4,5,6,7}$ отвечают за излом рабочего участка. Они выступают в роли делителей напряжения.

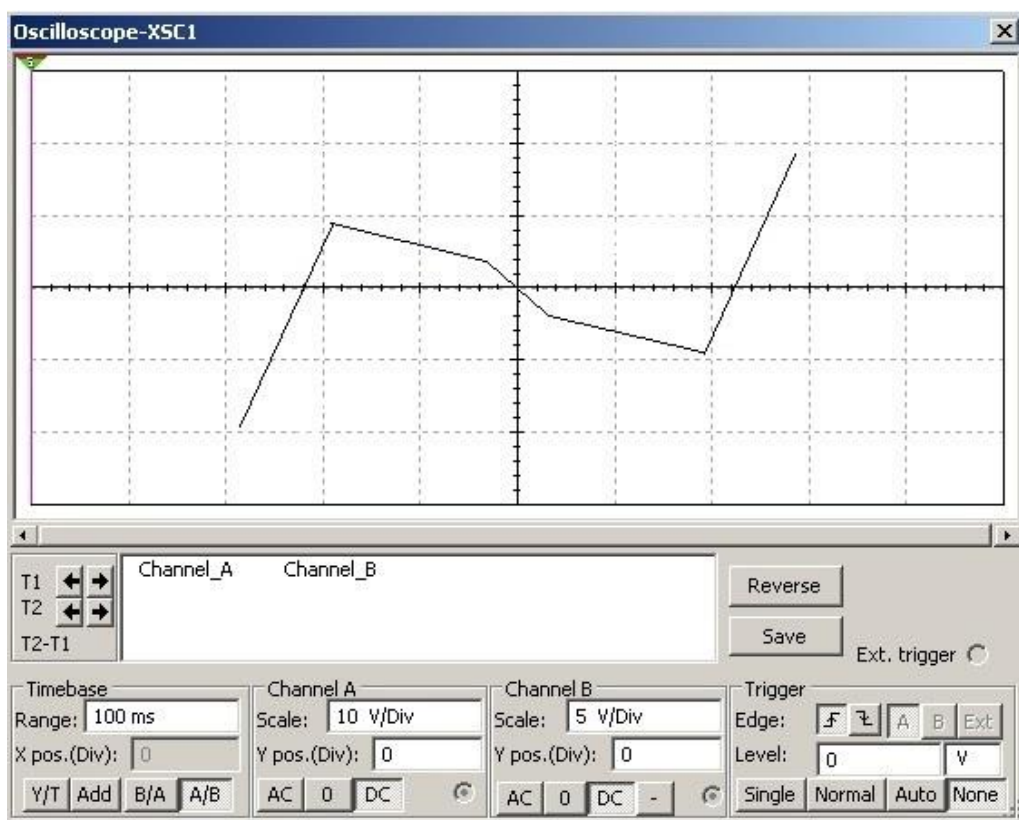


Рис. 6. Пяти сегментная ВАХ активного элемента генератора Чуа.

Компоненты схемы, изображенной на рис. 4, имеют следующие номиналы: $R_L = 11.4 \text{ Ом}$, $C_1 = 47 \text{ нФ}$, $C_2 = 4.7 \text{ нФ}$, $R_8 = 1.8 \text{ кОм}$, $R_{6,7} = 47 \text{ кОм}$, $R_{4,5} = 3.3 \text{ кОм}$, $R_{3,1} = 310 \text{ Ом}$, $R_2 = 1.3 \div 1.74 \text{ кОм}$, $L_2 = 9.85 \text{ мГн}$, значения источников питания $V_{1,2,3} = 12 \text{ В}$. Компоненты из которых состоит схема: резисторы R_{1-8} , конденсаторы $C_{1,2}$, катушка индуктивности L_2 , а также операционный усилитель U_1 , к которому подключены источники питания $V_{1,2,3}$. При подключении данной схемы к экрану осциллографа, можно наблюдать различные аттракторы, варьируя значение сопротивления R_2 в пределах $1.3 \div 1.74 \text{ кОм}$, эволюция динамики присущая системе Чуа представлена на рис.7-11.

В целом схемотехническая модель демонстрирует основные колебательные режимы, присущие системе Чуа.

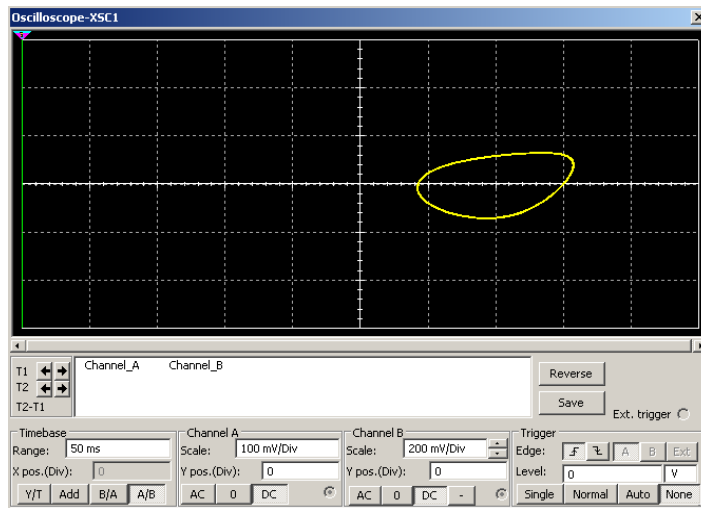


Рис. 7. Аттрактор типа «предельный цикл», полученный в автоматизированной среде Multisim.

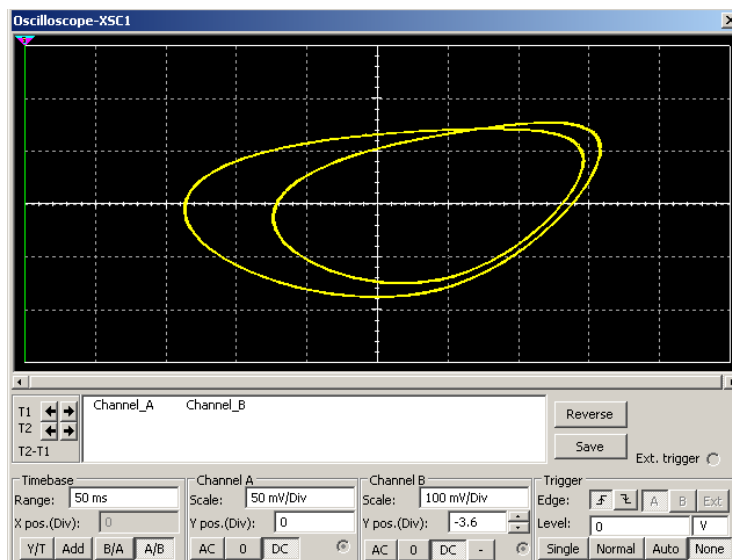


Рис. 8. Аттрактор типа «удвоенный режим колебаний», полученный в автоматизированной среде Multisim.

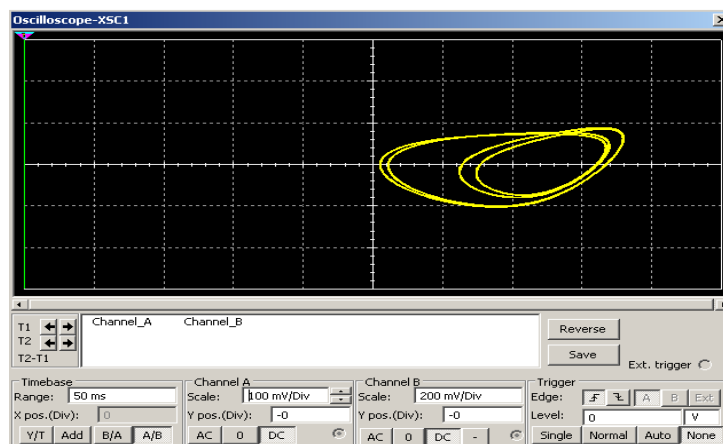


Рис. 9. Аттрактор типа «цикл периода 4», полученный в автоматизированной среде Multisim.

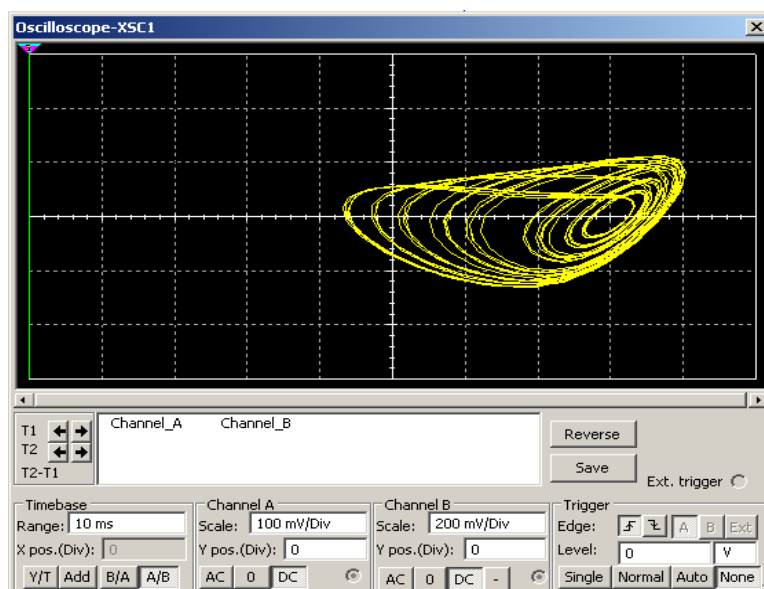


Рис. 10. Аттрактор типа Рёсслера, полученный в автоматизированной среде Multisim.

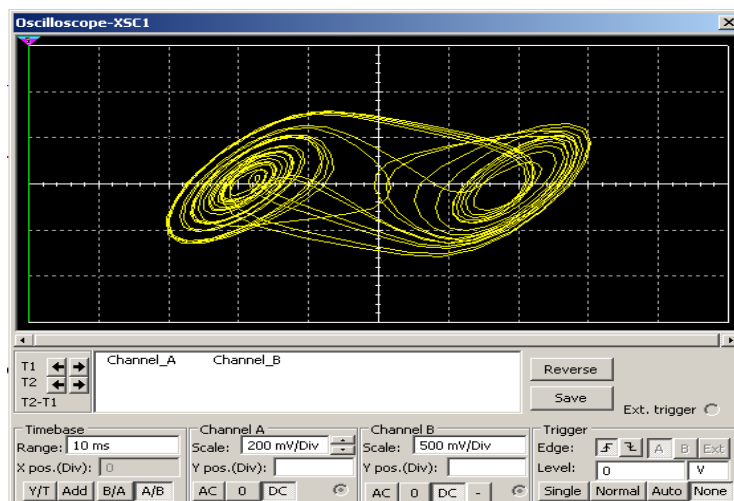


Рис. 11. Аттрактор типа «Двойной завиток», полученный в автоматизированной среде Multisim.

В главе 3 представлены результаты, полученные путем компьютерного моделирования. Написана программа в среде пакета прикладных программ Matlab, осуществляющая решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (5), (6). Для численного решения уравнений используется метод Рунге–Кутты 4-го порядка. На рис. 12 приведена ВАХ активного элемента, построенная по формуле (6) в среде пакета прикладных программ Matlab.

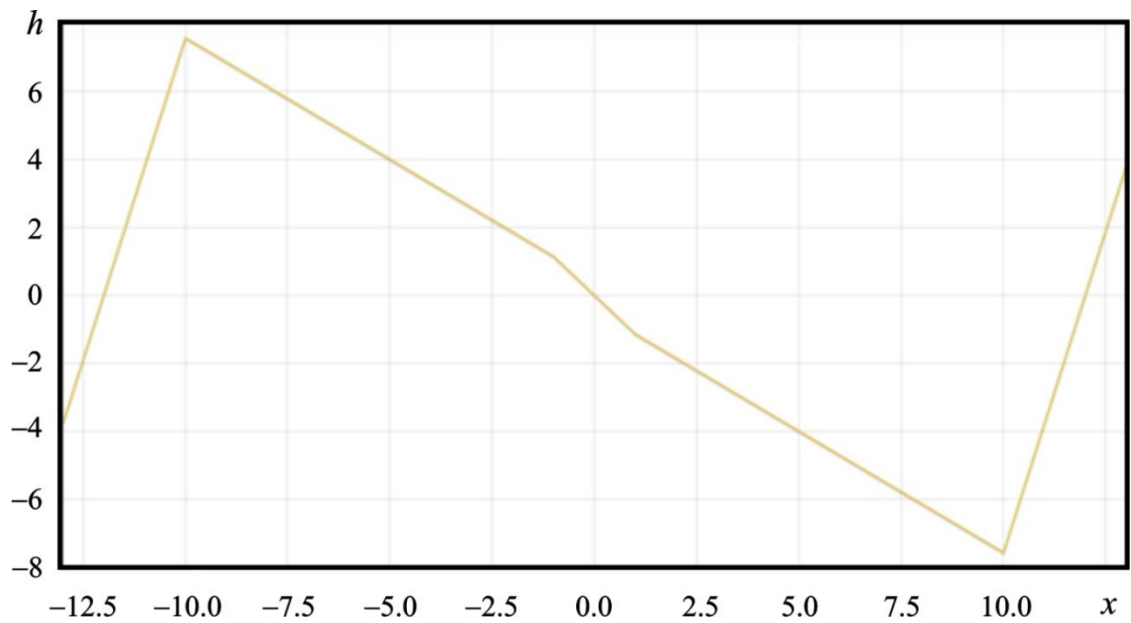


Рис. 12. ВАХ активного элемента генератора Чуа, построенная по формуле (6).

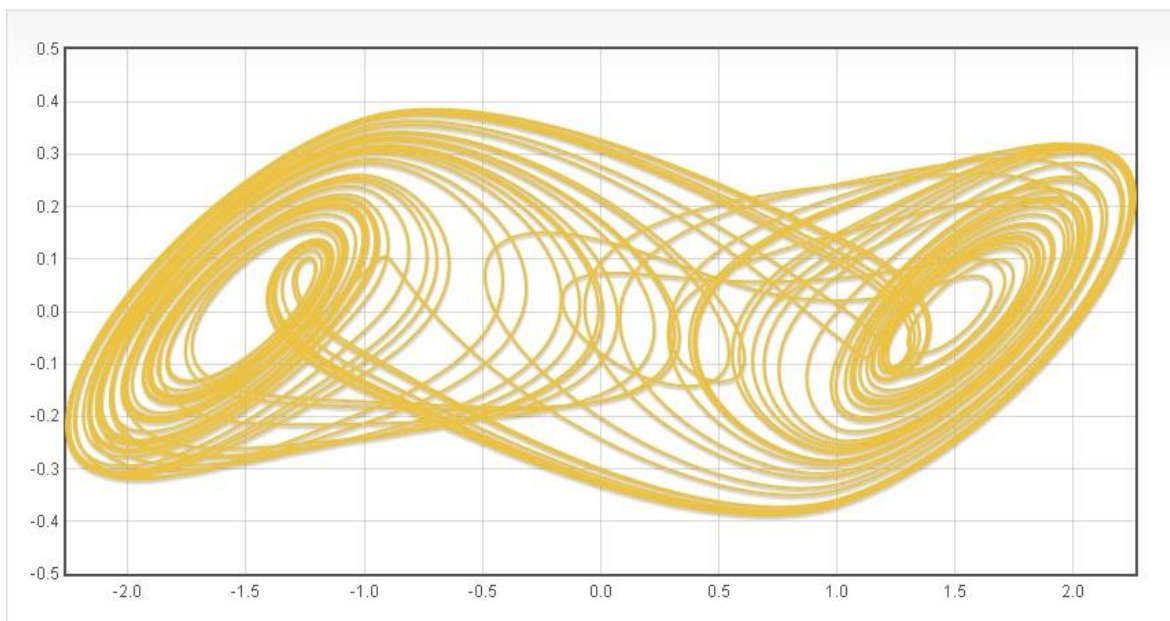


Рис. 13. Аттрактор типа «двойной завиток».

Программа позволяет осуществлять расчет временных реализаций и строить зависимости переменных x, y, z от времени, а также рисовать фазовые портреты. На рис. 13 изображен аттрактор типа «двойной завиток», построенный при помощи формул выведенных в главе 1, на плоскости x, y . Значения параметров: $a = -0.1 \div -1.11$, $b = -0.714$, $\beta = 28$, $\alpha = 15.6$.

В ходе компьютерного эксперимента изменяли параметр a в пределах от $a = -0.1$ до $a = -1.11$ при фиксированных значениях остальных параметров: $b = -0.714$, $\beta = 28$, $\alpha = 15.6$. При $a = -0.1$ наблюдается аттрактор типа «пределный цикл» рис. 14, при дальнейшем уменьшении параметра до $a = -1.045$, наблюдаем бифуркацию удвоения периода, которую иллюстрирует рис. 15, далее уменьшаем до $a = -1.05$ и наблюдаем следующую бифуркацию удвоения периода и рождение аттрактора типа «цикл периода 4» см.рис.16. При достижении значения параметра $a = -1.079$ колебания становятся хаотическими. Появляется хаотический аттрактор типа Рёсслера, показанный на рис. 17. Наконец, при уменьшении параметра до $a = -1.11$ происходит слияние двух спиральных аттракторов в единый аттрактора типа «двойной завиток», что показано на рис. 18.

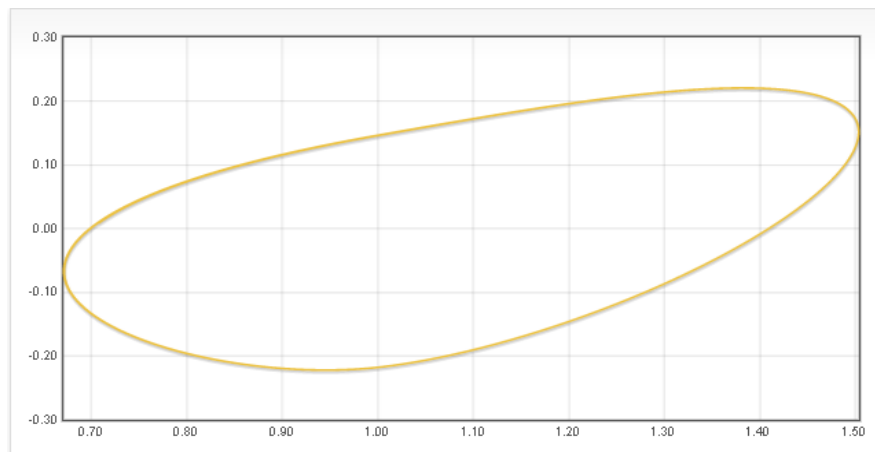


Рис.14. Аттрактор типа «пределный цикл» при значении параметра $a = -0.1$.

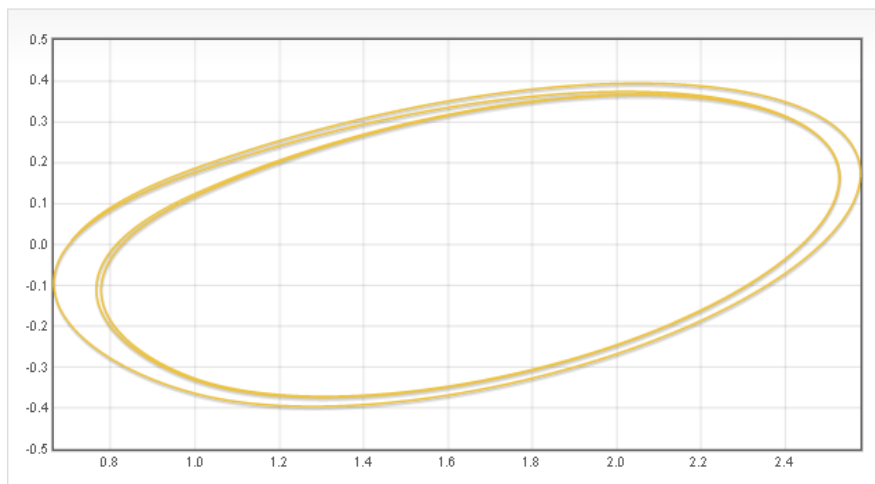


Рис. 15. Аттрактор типа «удвоенный цикл», $a = -1.045$.

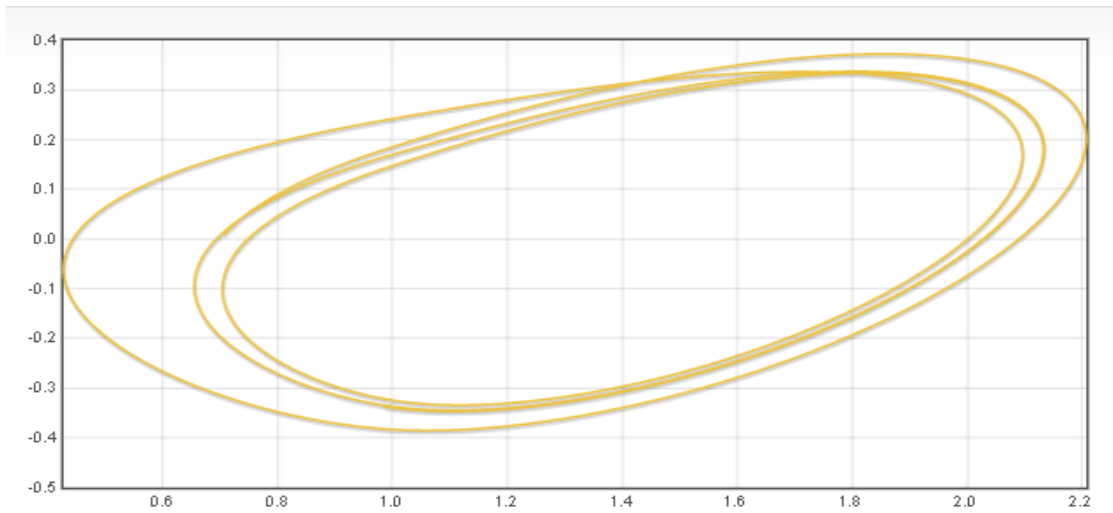


Рис. 16. Аттрактор типа «цикл периода 4», $a = -1.05$.

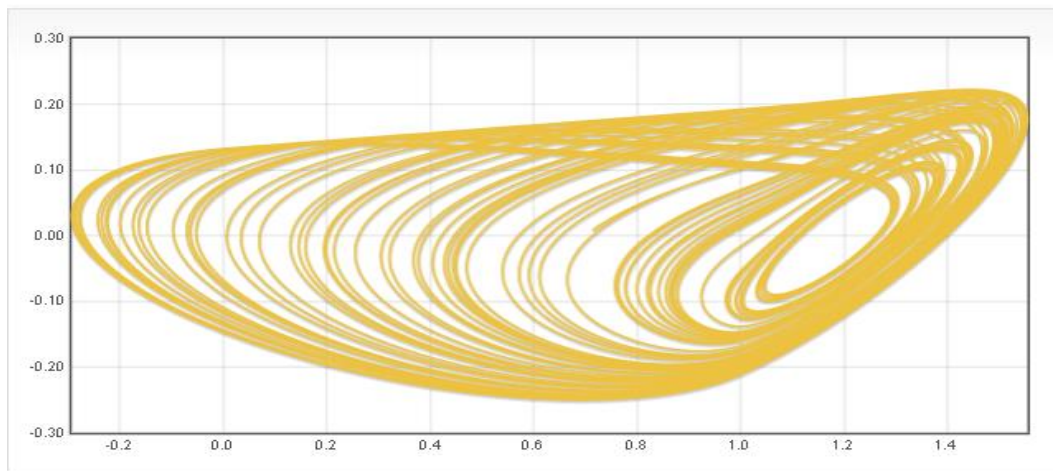


Рис. 17. Хаотический аттрактор типа Рёсслера, $a = -1.079$.

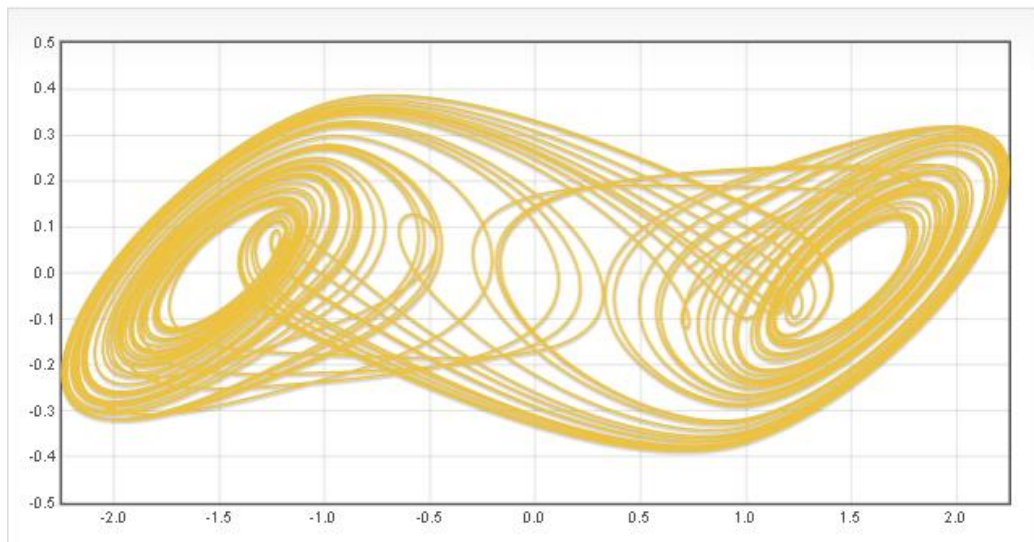


Рис. 18. Хаотический аттрактор типа «двойной завиток», $a = -1.11$.

Результаты, полученные при помощи компьютерного моделирования и моделирования в среде MULTISIM, хорошо согласуются друг с другом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения преддипломной практики были получены следующие основные результаты.

1. Изложены основные идеи, лежащие в основе схемотехнической реализации цепи генератора Чуа а именно:

- В системе должно быть от двух до трех неустойчивых положений равновесия. Поскольку положения равновесия определяются пересечением нагрузочной прямой с ВАХ, они должны быть расположены только на падающих участках ВАХ. Эти обстоятельства обусловили выбор пал на пятисегментной ВАХ с тремя падающими участками.
- Для описания хаотической динамики необходимо наличие минимум трех переменных, соответствующих реактивным элементам схемы. В данном случае этими элементами являются две емкости и одна катушка индуктивности.

2. В автоматизированной среде Multisim разработана модель активного элемента с пятисегментной ВАХ, а также смоделирована схема генератора Чуа. С помощью осциллографа получено изображение аттрактора типа «двойной завиток», а так же ВАХ нелинейного элемента генератора.

3. Написана программа в среде пакета прикладных программ Matlab, которая моделирует динамику схемы Чуа на основе решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (5). Программа осуществляет построение временных реализаций и фазовых портретов. Проведено сравнение результатов компьютерного моделирования и результатов, полученных при помощи моделирования в среде MULTISIM. Показано, что они хорошо согласуются друг с другом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Изд-во физико-математической литературы. 2001. 296 с.
2. Чуа Л.О. Генезис схемы Чуа // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1. № 3-4. С. 5-15.
3. National Instruments Corporation [Электронный ресурс]: Официальный сайт разработчиков автоматизированной среды Multisim. URL: <http://www.ni.com/multisim/> (дата обращения: 22.05.2017)
4. Прохоров А.А. Исследование особенностей синхронизации связанных автоколебательных систем с учетом фильтрующих свойств канала связи. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Саратов, СГУ, 2008г. 126с.
5. Мчедлова Е.С., Красичков Л.В. Исследование поведения кусочно-линейной модели генератора Ван дер Поля под внешним периодическим воздействием: Учебно-методическое пособие. – Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж». 2002 г.